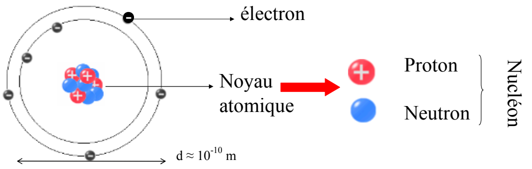
Module P411 pour DEUST MIP
Mécanique du solide et Mécanique quantique
Partie : Mécanique quantique

Chapitre I :
Introduction aux phénomènes quantiques

Physique quantique : c'es la physique des phénomènes microscopiques à l'échelle atomique ou sub-atomique, elle étudie les interactions matière-rayonnement.



La matière et le rayonnement subissent le même traitement.

Les particules se comporte comme des ondes. Et les ondes se comportent comme des particules.

Les ondes électromagnétiques ont un Aspect corpusculaire

λ : longueur d'onde
υ : fréquence c/λ
ω : pulsation $2\pi\,\upsilon$

$E = \hbar\omega = h\nu$ Énergie

$\vec{P} = \hbar\vec{k}$ Quantité de mouvement

$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ Nombre d'onde Où vecteur d'onde

Les particules ont un Aspect ondulatoire

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

λ : longueur d'onde
m : masse de particule
v : vitesse de la particule

$h = 6.6261\ 10^{-34}$ J. s ; $c = 3\ 10^{8}$ m/s $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

Introduction aux phénomènes quantiques

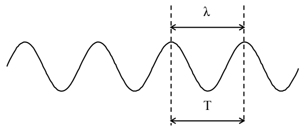
1) Physique classique

Les théories physiques du 19ème siècle, permet de décrire l'évolution de 2 catégories d'objets très différents qui transportent de l'énergie à savoir :

Les particules : Elles sont localisées dans l'espace. A chaque instant , on peut connaitre exactement leur position et leur vitesse et en déduire leur impulsion et leur énergie

$$(\underbrace{\vec{r}(M)}_{\text{position}}, \underbrace{\vec{v}(M)}_{\text{vitesse}})$$

Les ondes : Elles ne sont pas localisées dans l'espace. On les caractérises par leur vecteur d'onde $k = 2\pi/\lambda$ et leur impulsion $\omega=2\pi/T$. Elle transportent de l'énergie mais celle-ci est répartie sur tout le front d'onde. Les ondes donnent naissance à des phénomènes très particuliers tq les interférences, la diffraction, la polarisation.



λ période dans l'espace

T période dans le temps

$\lambda = v \cdot T$: la distance parcourue par l'onde pendant une période

La physique classique reposait sur 3 disciplines fondamentales :

- La mécanique newtonienne : elle permet de prédire l'évolution des particules ainsi que les ondes connues avant les ondes lumineuses (cordes vibrantes, les ondes acoustiques, …)

- L'électromagnétisme : il permet d'étudier la propagation des ondes sans support comme les ondes lumineuses.

- La thermodynamique : la science de la chaleur et des machines thermiques ou la science des grands systèmes en équilibre

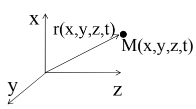
1. 1) La mécanique newtonienne

Particules de vitesse $v \ll c$

($c = 299\ 792{,}458$ km/s est la vitesse de la lumière dans le vide).

a) vitesse

$$\vec{v}(x, y, z, t) = \frac{d\vec{r}(M)}{dt}$$



b) Quantité de mouvement

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

c) Impulsion $d\vec{P}$

La variation de la quantité de mouvement est égale à l'impulsion

$$\vec{F}\,dt = m d\vec{v} = d\vec{P}$$

d) Energie

Energie totale = Energie cinétique + Energie potentielle

$$E_{tot} = E_{cin} + E_p$$

e) Relation fondamentale de la dynamique

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

1. 2) La Relativité restreinte

Particules de vitesse $v \approx c$ ($3\ 10^8$ m/s)

a) L'équivalence masse-énergie (Einstein)

Einstein la masse est une énergie

Particule au repos : $E_0 = m_0c^2$

Particule en mouvement $E_{tot} = m_0c^2 + Ecin = mc^2$

$$E_{cin} = \frac{mv^2}{2}$$

La relation entre m et m_0 est données par

$$m = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Électron : masse $m_e = 9{,}1\ 10^{-31}$kg ➔ $m_ec^2 = 0{,}511$MeV.
Proton : $m_p = 1{,}673\ 10^{-27}$ kg ➔ $m_pc^2 = 938.3$ MeV
Neutron : $m_n = 1{,}675\ 10^{-27}$ kg ➔ $m_nc^2 = 939.6$ MeV

b) Quantité de mouvement

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

c) Energie cinétique

$$E_{cin} = E_{tot} - E_0 = \frac{mv^2}{2}$$

d) Energie – quantité de mouvement

$$(E_{tot})^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$$

1. 3) L'électromagnétisme

Repose sur les Equation de maxwell (1860),

$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$ Equation de Maxwell-Faraday (phénomène d'induction)

$$\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$ Equation de Maxwell-Ampère

$$div\,(\vec{D}) = \rho$$ Equation de Maxwell-Gauss :

$$div\,(\vec{B}) = 0$$ Equation de conservation du flux de B

E : champ électrique

D = ε E : déplacement (ou induction) électrique,

B = μ H : induction magnétique,

H : champ magnétique,

J : courants de conduction

ρ : densité volumique de charges libres

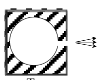
ε : permittivité du diélectrique = $\varepsilon_0\varepsilon_r$, ε_0 la permittivité du vide = $\dfrac{1}{36\pi 10^9}$
et ε_r la permittivité relative.

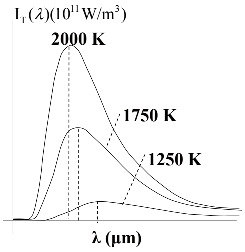
μ : perméabilité du milieu = $\mu_0\mu_r$, μ_0 la perméabilité du vide = $4\pi 10^{-7}$
μ_r la perméabilité relative ≈ 1.

2 . Aspects corpusculaires des ondes électromagnétiques

2. 1) Le problème du corps noir

Tout corps chauffé émet des ondes électromagnétiques





Observations expérimentales :
- Energie émise = $\sigma.T^4$
  (Loi de Stefan-Boltzmann)
- Existence d'un max. (λm α 1/T)
  filament rouge au blanc
- Chute de l'énergie émise pour **λ** faible

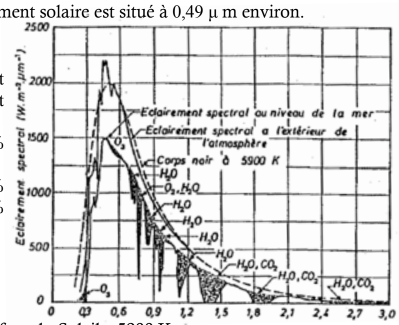
λ(μm) T(K) = 2,8987 10^{-3}

σ = 7,56 10^{-16} J. K^{-4} . m^{-3}

L'existence du maxima λm est inexplicable par la physique classique

Le pic du rayonnement solaire est situé à 0,49 μ m environ.

- 98% du rayonnement est compris entre 0,25 et 3,9 **μm**
- pratiquement 100% entre 0,15 et 5 **μm**
- 10% dans l'UV, 45% dans le visible et 45% dans le PIR

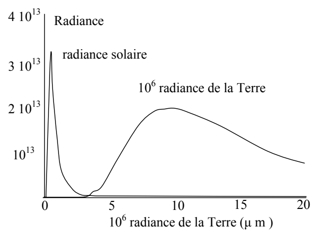


la température à la surface du Soleil =5900 K

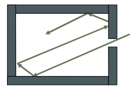
Longueur d'onde λ (μm)

Terre (300K) λm = 9,6 µ m (IR thermique)

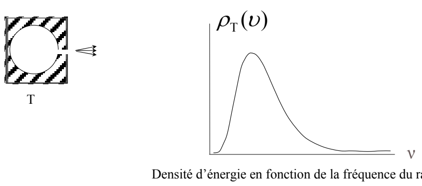
Emission du soleil et de la Terre: Les spectres ne se recoupent quasiment pas.



Corps noir : substance qui absorbe tout le rayonnement qu'elle reçoit sans en réémettre à son tour



- Corps noir : enceinte fermée, parfaitement absorbante à toutes les longueurs d'ondes, en équilibre thermodynamique à la température T avec le rayonnement électromagnétique qu'elle renferme



Densité d'énergie en fonction de la fréquence du rayonnement

Problème : comment expliquer la forme de $\rho_T(\nu)$

2.1. a) Idée du calcul

$$d\rho = \rho_T(\upsilon)\, d\upsilon = D(\upsilon)\, \overline{E}(\upsilon)\, d\upsilon$$

Densité d'énergie = Energie/Volume limité à fréquence $\upsilon_0 < \upsilon < \upsilon_0 + d\upsilon$

densité de modes du champ électromagnétique

dénombrement des modes par unité de volume du corps noir

énergie moyenne par mode

La loi de Boltzmann donne la probabilité d'avoir une énergie E

$$P(E) = \frac{e^{-\frac{E}{k_B T}}}{\int_0^\infty e^{-\frac{E}{k_B T}} dE}$$

Pour υ ε [0, ∞[$\rho = \int_0^\infty \rho_T(\upsilon)\, d\upsilon$

k_B Constante de Boltzman = 1,38 10^{-23} J/K

Soit en longueur d'onde

$$\mathrm{d}\rho = \rho_{\mathrm{T}}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda = \mathrm{D}(\lambda)\,\overline{\mathrm{E}}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda$$

Densité d'énergie = Energie/Volume limité
à la longueur d'onde $\lambda_0 < \lambda < \lambda_0 + \mathrm{d}\lambda$

Pour $\lambda \in [0, \infty[$ $\quad \rho = \int_0^\infty \rho_{\mathrm{T}}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda$

Et que

$$\mathrm{d}\rho = \rho_{\mathrm{T}}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda = \rho_{\mathrm{T}}(\nu)\,\mathrm{d}\nu$$

Densité d'énergie en longueur d'onde   Densité d'énergie en fréquence

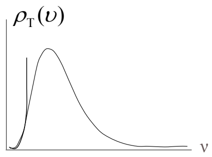
2.1.b) Loi Rayleigh

La loi de Boltzman permet de calculer une énergie moyenne pour chaque mode

$$\rho_{\mathrm{T}}(\upsilon) = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2\,k_B T \qquad \overline{E} = \int_0^\infty E e^{-\frac{E}{k_B T}}\,\mathrm{d}E = k_B T$$

Où en longueur d'onde

$$\rho_{\mathrm{T}}(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4}k_B T$$



Ce résultat ne coïncide avec la réalité qu'aux basses fréquences, *c'est-à-dire* aux grandes longueurs *d'ondes* (infra-rouge).

C'est la « catastrophe d'ultraviolet»

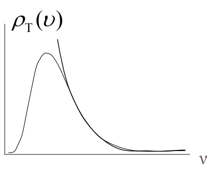
2.1. c) Loi de Wein (1896)

Pour les hautes fréquences (petites longueurs d' ondes), Wein établit empiriquement:

$$\rho_{\mathrm{T}}(\upsilon) = \alpha\upsilon^3 e^{-\frac{\beta\upsilon}{T}}$$

υ : fréquence
$\alpha\ c^4 \approx 1{,}5\times10^{-15}$ W·m²
$\beta \approx 0{,}01439$ m·K
T : température en kelvins

$$\rho_{\mathrm{T}}(\lambda) = \frac{a}{\lambda^5}e^{-\frac{b\,c}{\lambda T}}$$



λ : longueur d'onde
a $\approx 3{,}742\times10^{-16}$ W·m²
b c $\approx 0{,}01439$ m·K
T : température en kelvins

2.1.d) Loi Planck, 1900 (Lois du corps noir)

Planck remarque alors (en 1900) que

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\alpha}{4}c^4 = 2\pi h c^2 \\ \beta = \frac{h\,c}{k_B} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{8\pi}{c^3}k_B \Rightarrow \rho_{\mathrm{T}}(\upsilon) = \alpha\upsilon^3\frac{1}{e^{\frac{\beta\upsilon}{T}} - 1}$$

Rend compte à la fois des deux formules :

$$\upsilon \ll \frac{T}{\beta} \rightarrow \rho_{\mathrm{T}}(\upsilon) = \alpha\upsilon^3\frac{1}{1+\frac{\beta\upsilon}{T}-1} = \frac{\alpha}{\beta}T\upsilon^2 \quad \textbf{Rayleigh}$$

$$\upsilon \gg \frac{T}{\beta} \rightarrow \rho_{\mathrm{T}}(\upsilon) = \alpha\upsilon^3 e^{-\frac{\beta\upsilon}{T}} \quad \textbf{Wein}$$

Planck fait l'hypothèse que les seules énergies possibles pour un mode de fréquence ν s'écrivent $E_n = n\,h\nu$ où il a introduit :

$$h = \frac{\beta\, k_B}{c} = 6{,}62\,10^{-34}\ \mathrm{J.s} \qquad \text{Constante de Planck}$$

Avec cette hypothèse l'énergie moyenne (Physique statistique) $\overline{E} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n E_n$

E_n énergie de l'oscillateur = $n\,h\nu$
P_n Probabilité de E_n

$$P_n = \frac{e^{-\frac{E_n}{k_B T}}}{Z_T}$$

et $$Z_T = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{nh\nu}{k_B T}} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}}$$

Sachant que $$\frac{d(e^{-uE})}{du} = -Ee^{-uE}$$

D'où

$$\overline{E} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E_n\, e^{-\frac{E_n}{k_B T}}}{Z_T} = \frac{1}{Z_T} \sum_{n=0}^{\infty} E_n\, e^{-\frac{E_n}{k_B T}} = -\frac{1}{Z_T} \frac{d \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{E_n}{k_B T}}}{d\left(\frac{1}{k_B T}\right)}$$

On établit finalement que :

$$\overline{E} = -\frac{dZ_T}{d\left(\frac{1}{k_B T}\right)} \frac{1}{Z_T}$$

Soit

$$\overline{E} = \frac{h\nu\, e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}}{\left(1 - e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}\right)^2} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}\right) = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Lois de Planck :

« l'énergies stockée dans un mode de fréquence ν et un multiple entier de l'énergie hν »

Conduit à

$$\rho_T(\upsilon) = \frac{8\pi\, h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Avec

$h = 6.6261\ 10^{-34}$ J. s

$$\rho_T(\upsilon) = \frac{8\pi\, h\, c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

ν fréquence
λ longueur d'onde

On retrouve également la loi de Stefan Boltzmann (1879)

$$\rho = \int_0^{\infty} \rho_T(\upsilon)\, d\upsilon = \sigma T^4$$

Avec

$\sigma = 7{,}56\ 10^{-16}$ J. K^{-4} . m^{-3}

Planck : un oscillateur de fréquence **ν** ne peut émettre ou absorber de l'énergie que par paquets, par **quanta, de valeur h. ν**

Cette énergie ne peut donc pas exister en quantité inférieur à **h. ν**

Ondes électromagnétique = grains de photons sans masse

A coté de l'onde de fréquence ν et de direction le vecteur d'onde $\vec{k}$

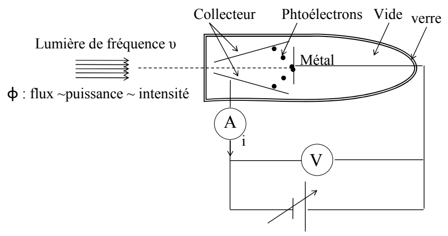
il faut associe un photon d'énergie $E = \hbar\omega = h\nu$ $\qquad \hbar = \frac{h}{2\pi}$

Et d'impulsion $\vec{P} = \hbar\vec{k}$

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

2.2) Effet photo-électrique

Effet photo-électrique = émission d'électrons extraits à la surface d'un matériau sous l'action d'une onde EM

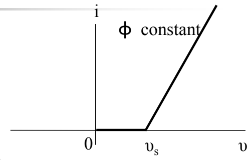


Observations expérimentales :

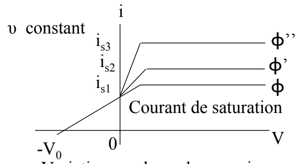
En absence de la lumière $i = 0$

En présence de la lumière :

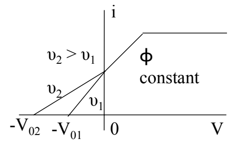
- si $\upsilon \leq \upsilon_s$ pas de courant
- si $\upsilon > \upsilon_s$ $i \neq 0$ (l'effet a lieu)



Variation de fréquence



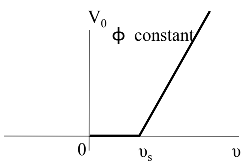
Variation de la puissance lumineuse



Variation de fréquence

Le Courant de saturation augmente avec la puissance ϕ de la lumière

La barrière de potentiel (V_0) augmente avec la fréquence lumineuse ν



Variation de fréquence

La barrière de potentiel (V_0) ne dépend pas de l'intensité lumineuse

Il faut fournir une énergie seuil (Ws) pour extraire un e- du métal = à l'énergie d'attraction de l'ion+

Pour un matériau donné, il existe une fréquence seuil ν_s en-dessous de laquelle les e- ne sont pas émis

En désaccord avec la physique classique !
Si ϕ est grand les forces reliant les é à la cathode sont épuisées ➔ effet a lieu
Si ϕ est petit ➔ effet n' a pas lieu
$\ni \phi_0 / \phi > \phi_0$ ➔ effet a lieu
$\phi < \phi_0$ ➔ effet n' a pas lieu

En effet, *ce phénomène est incompatible avec la théorie ondulatoire de la lumière* selon laquelle l'effet photoélectrique devrait se produire à n'importe quelle fréquence à condition que l'intensité lumineuse soit suffisante.

Postulat d'Einstein (1905) :
La lumière incidente est constituée de paquets d'énergie, de photons, d'énergie ***E = h.υ = h.c/λ***

Pour extraire les électrons d'un métal il faut fournir une énergie :
$h.\upsilon > W_s = h\nu_s$

L'excès d'énergie porté par le photon est transformé en énergie cinétique de l'électron

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\upsilon - W_s$$ doit être > 0 et donc **υ > Ws/h**

$$E = h\upsilon = W_s + \frac{1}{2}mv^2 = h\upsilon_s + \frac{1}{2}mv^2$$

Travail d'extraction de certains métaux

Métal	Ws (eV)
Na	2,28
Al	4,08
Cu	4,70
Zn	4,31
Ag	4,73
Pt	6,35
Pb	4,14
Fe	4,50

Cas limite = cas où l'électron arrive au collecteur avec une vitesse nulle

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV_0$$ e = Charge de l'électron = $1{,}6\ 10^{-19}$ C

$$V_0 = \frac{h}{e}(\upsilon - \upsilon_s)$$

En pratique

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}mv^2 = h\upsilon - W_s \\ \frac{1}{2}mv^2 = eV_0 + eV \end{array}\right\} \Longrightarrow V_0 = \frac{h\upsilon}{e} - \frac{(W_s + eV)}{e}$$

A coté de l'onde de fréquence ν et de direction le vecteur d'onde $\vec{k}$

il faut associe un photon d'énergie $E = \hbar\omega = h\nu$ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

Et d'impulsion $\vec{P} = \hbar\vec{k}$

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

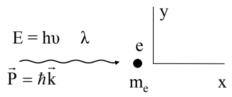
« It seems to me that the observations associated with blackbody radiation, fluorescence, the production of cathode rays by ultraviolet light, and other related phenomena connected with the emission or transformation of light are more readily understood if one assumes that the energy of light is discontinuously distributed in space. In accordance with the assumption to be considered here, the energy of a light ray spreading out from a point source is not continuously distributed over an Increasing space but consists of a finite number of energy quanta which are localized at points in space, which move without dividing, and which can only be produced and absorbed as complete units. »

A. Einstein, Ann Phys. 17, 132 (7 mars 1905)

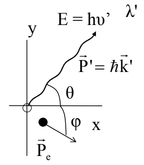
2. 3) Effet Compton (1922)

Compton étudie la diffusion des EM (rayons X) par la matière

Lorsque un faisceau de rayon X attaque une cible d'é libres (au repos) ces derniers se mettent en mvt alors que les rayons X changent de longueur d'onde et de direction.



Avant la diffusion



Après la diffusion

Observation expérimentale :
L'onde réfléchie est de fréquence différente, de longueur différente (λ') que l'onde incidente (λ), λ' > λ

Traitement relativiste vitesse $v \approx c$

Conservation de la quantité de mvt

Avant la diffusion Après la diffusion

$$\begin{cases} h\dfrac{c}{\lambda} = h\dfrac{c}{\lambda'}\cos(\theta) + p_e\cos(\varphi) & (ox) \\ 0 = h\dfrac{c}{\lambda'}\sin(\theta) - p_e\sin(\varphi) & (oy) \end{cases} \quad \begin{cases} \left(h\dfrac{c}{\lambda} - h\dfrac{c}{\lambda'}\cos(\theta)\right)^2 = \left(p_e\cos(\varphi)\right)^2 \\ \left(h\dfrac{c}{\lambda'}\sin(\theta)\right)^2 = \left(p_e\sin(\varphi)\right)^2 \end{cases}$$

Conservation de l'énergie

Avant la diffusion Après la diffusion

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

$$h\frac{c}{\lambda} + m_e c^2 = h\frac{c}{\lambda'} + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

La relation de **Compton**

$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos(\theta))$$

$\dfrac{h}{m_e c} = 2{,}43\,10^{-12}\ \text{m} = 2{,}43\ \text{pm}$ Longueur d'onde **Compton** de l'é

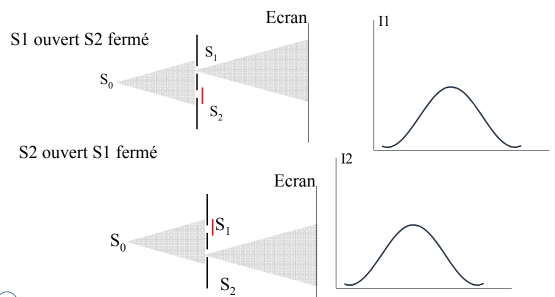
Conclusions – résultats expérimentaux

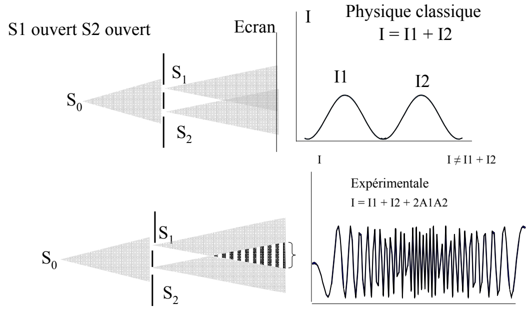
Les ondes électromagnétiques de fréquence υ et de longueur d'onde λ sont composées de photons d'énergie
$E = h.\upsilon$ *et* de quantité de mouvement $p = h/\lambda$

- Le rayonnement d'un corps noir : **infrarouges, lumière visible et UV**
- L'effet photo-électrique : **lumière visible, et UV**
- Effet Compton : **rayons X**

3) Aspects ondulatoires des particules

3.1) Problème d'interférences : lumière (Young 1804)





• La distribution statistique des photons est en accord avec le modèle ondulatoire des ondes EM
• De nouveau on ne peut pas prédire exactement où un photon va aller (probabilité)
• Par quelle fente passe un photon ?
• Est-ce que le photon connaît le chemin à prendre ?

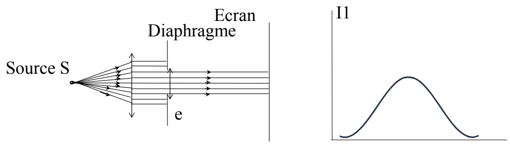
Nature ondulatoire du photon

Le photon = onde

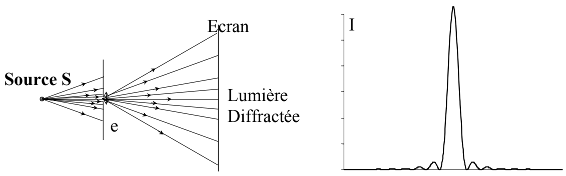
L'intensité I représente la probabilité pour qu'un photon arrive sur l'écran E

3.2) Problème de la diffraction des photons

a) e>>λ: pas de Diffraction Optique géométrique



b) e ~ λ : Diffraction Optique physique



3.3) Ondes de de Broglie 1924

La lumière (ondulatoire) a des aspects corpusculaires

De Broglie fait l'hypothèse que les corpuscules ont des aspects ondulatoires

A une particule libre de masse $\mathbf{m_0}$ au repos d'énergie total E et d'impulsion p, il associe une onde (de De Broglie) de longueur d' onde λ telle que:

$$\begin{cases} E = \hbar\omega = h\nu \\ P = \hbar k = \hbar\dfrac{2\pi}{\lambda} = h\dfrac{2\pi}{\lambda} = mv \end{cases}$$

Soit

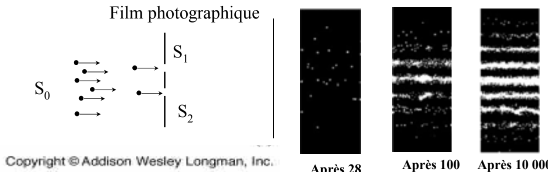
$$\lambda = \frac{h}{m\,v}$$

Pour une particule relativiste, la longueur d'onde de de Broglie est donnée par

$$\lambda = \frac{h}{m\,v} \quad = \lambda = \frac{h}{m_0\,v}\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}$$

- Grain de sable :
m = 10 µg, v = 1 cm/s ➔ $\lambda = 6.6\ 10^{-24}$ m
- Etre humain :
m = 70 kg, v = 5 km/h ➔ $\lambda = 6.8\ 10^{-36}$ m
- Electron :
$m = 9.1\ 10^{-31}$ kg, Ecin = 1 eV ➔ $\lambda = 1$ nm
ordre de grandeur des distances interatomiques

3.4) Interférence : Particules d'électrons

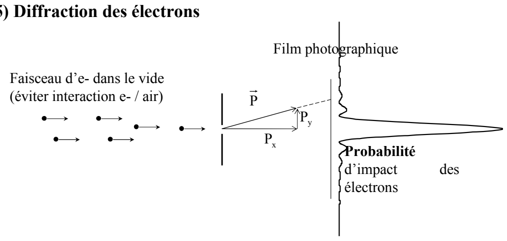


Après 28 électrons **Après 100 électrons** **Après 10 000 électrons**

Résultat expérimental similaire à celui observé pour les photons

Existence d'interférences : distribution des **électrons** donnée par la théorie de l'interférence entre ondes EM

3.5) Diffraction des électrons



Solution : le concept de fonction d'onde

Les impacts semblent être détectés à certains endroits plutôt qu'à d'autres.
Tout se passe comme si *quelque chose favorisait la détection d'impacts*

Notons ce quelque chose $\psi_1(x)$ si S_1 est ouvert et $\psi_2(x)$ si S_2 est ouvert
Alors on peut concevoir que si S_1 et S_2 sont ouvertes, ce quelque chose prend la forme $\psi_1(x) + \psi_2(x)$

Par *analogie optique :* La probabilité de détection varie comme $|\psi(x)|^2$ (densité de probabilité de présence)

Les interférences résultent de l'annulation de $|\psi_1(x) + \psi_2(x)|^2$

Les valeurs de la fonction d'onde $\psi(x)$ obéissent à une équation présentant des similarités avec l'électromagnétisme.

En généralisant : $\Psi(\vec{r}, t)$

pour décrire une variation spatio-temporelle quelconque.

On imposera **pour un système à une particule :**
(normalisation de la fonction d'onde)

$$\int_{espace} \left|\Psi(\vec{r}, t)\right|^2 d^3r = 1$$

L'électron se comporte comme une onde

Particule ponctuelle de masse m = onde $\Psi(\vec{r}, t)$

La Notion de trajectoire est inadéquate (insuffisante) il sera remplacé par la fonction d'onde $\psi(x, t)$

Sa norme est la probabilité de présence $|\psi(x, t)|^2$: densité de probabilité de présence à l'instant t

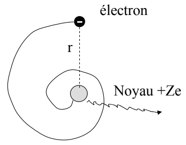
$|\psi(x, t)|^2$ probabilité de présence entre x et x+dx à l'instant t

4) Quantification de l'énergie atomique

4) Problème de l'atome de Bohr (1913).

Un atome constitue d' un noyau autour duquel tourne un électron est un dipôle.

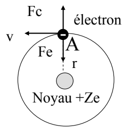
Un tel dipôle rayonne un champ électromagnétique (de la lumière).



de l'énergie : il devrait donc s'écrouler sur lui - même !!! Ce n'est évidemment pas ce qu' on observe.

De plus, son spectre d'émission devrait être continu, mais on observe un spectre discret

4. 1) Atome de Bohr



L'électron gravitant autour du noyau de charge Ze sur une orbite circulaire de rayon r, est soumis à deux forces égales et opposées

$$Fe = k\frac{Ze^2}{r^2} \quad \text{Force électrostatique}$$

$$Fc = \frac{m_e v^2}{r} \quad \text{Force centrifuge}$$

Équilibre

Fc = Fe

$$k\frac{Ze^2}{r^2} = m_e\frac{v^2}{r}$$

$$k\,Ze^2 = m_e v^2 r \;(1)$$

m_e : masse de l'électron **= 9,1094.10^{-31} kg**

$k = 9\;\;10^9$ S. I. dans le vide ou dans l'air

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

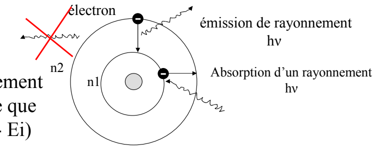
4.2) Hypothèses de Bohr

i) l'électron tournant autour du noyau n'émet pas de rayonnement

ii) l'électron ne peut occuper qu'une suite discrète de niveaux d'énergie

iii) l'atome émet (ou absorbe) un rayonnement chaque fois qu'un électron passe d'une orbite à une autre correspondant à un niveau d'énergie inférieure (ou supérieure),

La fréquence de rayonnement émis (ou absorbé) est telle que hν = Ei – Ef (ou hν = Ef - Ei)



iv) Les orbites accessibles à l'électron ont des rayon donnés par

$$r_n = \frac{n\hbar}{m_e v} \;(2)$$

n est un nombre entier positif : nombre quantique

Le moment cinétique de l'électron dans ce cas s'écrit

$$\vec{\sigma}(e) = \vec{r}_n \wedge m_e \vec{v}$$

Soit en tenant compte de iv)

$$\sigma_n = m_e v\, r_n = n\hbar \;\;(3)$$

Le module mvr ne prend que des valeurs entières de $\frac{h}{2\pi} = \hbar$

4.3) Energie de l'électron E = Ec +Ep : énergie de liaison

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\frac{Ze^2}{r}$$

$$Ep = e^-.V = e^-.k\frac{Ze}{r} = -k\frac{Ze^2}{r}$$

Energie potentiel crée par le noyau de charge Ze en un point distant de r

$$E = Ec + Ep = \frac{1}{2}k\frac{Ze^2}{r} - k\frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{2}k\frac{Ze^2}{r} \;(4)$$

énergie de liaison de l'électron

(3)²/(1) $$\frac{(m_e v\, r_n)^2}{m_e v^2 r_n} = \frac{(n\hbar)^2}{k\, Ze^2}$$

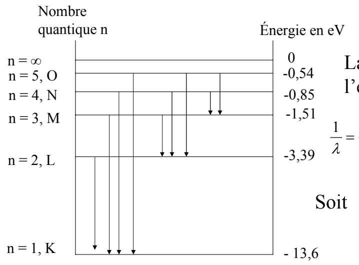
D'ou $$\frac{1}{r_n} = \frac{4\pi^2 k Z e^2 m_e}{n^2 h^2}$$

L'énergie $$E = -\frac{1}{2} k \frac{Ze^2}{r}$$

devient $$E = -\frac{2\pi^2 m_e e^4 k^2}{h^2}\frac{Z^2}{n^2} = -a_0 \frac{Z^2}{n^2}$$

Avec a_0 = 13,6 e.V

4.4) Niveaux d'énergies de l'atome Hydrogène



La longueur d'onde de l'énergie émise

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{Ef - Ei}{hc} = \frac{a_0 Z^2}{hc}\left(\frac{1}{ni^2} - \frac{1}{nf^2}\right)$$

Soit $$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{ni^2} - \frac{1}{nf^2}\right)$$

R_H La constante de Rydberg pour l'hydrogène
R_H =1,0967758 10^7 m^{-1}

5) Principe d'incertitude de Heisenberg

En physique classique : notion de trajectoire
On peut mesurer avec précession x et Px

En physique Quantique : la notion de trajectoire est remplacé par la fonction d'onde

On ne peut pas mesurer avec autant de précision x et Px

Toute mesure sur un système quantique se traduit par une perturbation important de ce système.

Principe d'incertitude entre la position et la quantité de mouvement

$\Delta x.\ \Delta Px \sim \hbar$ $\quad \Delta y.\ \Delta Py \sim \hbar$ $\quad \Delta z.\ \Delta Pz \sim \hbar$

En général

$\Delta x.\Delta Px \geq \hbar/2$ $\quad \Delta y.\Delta Py \geq \hbar/2$ $\quad \Delta z.\Delta Pz \geq \hbar/2$

Principe d'incertitude entre le temps et l'énergie

$\Delta E.\ \Delta t \sim \hbar$ $\qquad \Delta E.\Delta t \geq \hbar/2$